OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală - 14.02.2015
Clasa a VI-a
Soluţii

1. *Aflaţi numărul natural* $\overline{xy}$ *dacă* $\frac{\overline{xyxyxy}}{\overline{yxyxyx}}=\frac{4}{7}$.

Soluţie: $\frac{\overline{xyxyxy}}{\overline{yxyxyx}}=\frac{4}{7}\Rightarrow\frac{(10x+y)(1000+100+1)}{(10y+x)(1000+100+1)}=\frac{4}{7}\Rightarrow 70x+7y=40y+4x$

Deci 2x=y şi cum x,y cifre atunci $\overline{xy}$ *poate fi 12, 24, 36 sau 48.*

2. *Arătaţi că numărul* $N=1+7+7^2+\ldots\ldots+7^{2015}$ *este divizibil cu 200.*

Soluţie*: Grupând termenii câte 4 (pentru ca sunt 2016 la număr şi vom avea 504 seturi de 4) obţinem* $N=(1+7+7^2+7^3)+7^4(1+7+7^2+7^3)+\ldots\ldots 7^{2012}(1+7+7^2+7^3)=400\,(1+7^4+\ldots 7^{2012})$ *de unde N este divizibil cu 200*

3. *Se consideră segmentul [AB] şi O mijlocul său. Pe o dreaptă d ce trece prin O (diferită de AB) se consideră de o parte şi de alta a lui O punctele M şi N astfel încât unghiurile* $\angle BMO$ *şi* $\angle ANO$ *sunt congruente. Arătaţi că MA=NB.*

Soluţie*: Comparăm triunghiurile ΔMOB şi ΔNOA conform cazului LUU şi obţinemMO=NO. Apoi comparând ΔMOA şi ΔNOB conform cazului LUL şi obţinemMA=NB.*

4*.Se consideră două unghiuri adiacente şi suplementare cu interioarele disjuncte. Bisectoarea celui mai mare dintre ele formează cu o latură a celuilalt un unghi de* 110^o*. Aflaţi măsurile celor două unghiuri.*

Soluţie*: Considerăm unghiurile XOY şi YOZ cu m(XOY)=a, m(YOZ)=b şi a>b. Dacă OM bisectoarea lui XOY atunci unghiul dat este MOZ (pentru că altă variantă ar fi MOY ceea ce ar implica* $m(XOY)=220^o$ *– fals) Deci vom avea* $a+b=180^o$ *şi (a/2)+b=110 de unde* $a/2=70^o$*. Deci măsurile unghiurilor sunt* $a=140^o$ *şi* $b=40^o$*.*